

ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ НЕРАВНОПОЛОСНЫХ КОСИНУСНО-МОДУЛИРОВАННЫХ БАНКОВ ФИЛЬТРОВ: MATLAB-РЕАЛИЗАЦИЯ

Вашкевич М.И., Парфенюк М., Петровский А.А.*

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
ул. П.Бровки, 6, БГУИР, каф. ЭВС, 220013, Минск Беларусь, E-mail: [*palex@it.org.by](mailto:palex@it.org.by)

Реферат. Статья посвящена практическим аспектам расчета неравнополосных косинусно-модулированных банков фильтров (БФ) с фазовыми звеньями и квазиполным восстановлением. Рассматриваются вопросы проектирования фильтра-прототипа, фильтра компенсации фазовых искажений, а также выбор коэффициентов децимации канальных сигналов банка фильтров.

1. Введение

Существует ряд случаев, когда требования к перфективной реконструкции сигнала в банке фильтров не являются критичными, например, системы обработки речи и звука с применением принципов психоакустики. При этом, ошибка восстановления банка фильтров может быть ниже порога восприятия акустической информации человеком или соизмерима с ошибкой модификации субполосных сигналов, обрабатываемых по какому-либо алгоритму. Перцептуальная обработка сигнала предполагает построение неравнополосного банка фильтров, аппроксимирующего критическую шкалу частот. В связи с возросшим интересом к неравнополосным банкам фильтров возникает необходимость в средствах их расчета и проектирования. В системе MATLAB нет специализированных программ для расчета банка фильтров, поэтому в данной работе ставилась задача написания программы, позволяющей рассчитывать и анализировать неравнополосные косинусно-модулированные банки фильтров (КМБФ) с фазовыми звеньями.

2. Структура неравнополосного КМБФ

Для M -полосного КМБФ полифазное представление фильтра-прототипа $p(k), k = 0, \dots, N-1$ записывается следующим образом [1]:

$$P(z) = \sum_{k=0}^{N-1} z^{-k} \cdot p(k) = \sum_{q=0}^{2M-1} \sum_{n=0}^{m-1} p(q+2nM) \cdot z^{-(q+2nM)} = \sum_{q=0}^{2M-1} z^{-q} \cdot G_q(z^{2M}). \quad (1)$$

БФ фильтров образуется путем модуляции фильтра-прототипа дискретным косинусным преобразованием. Неравнополосный КМБФ получается из равнополосного БФ путем замены каждого элемента задержки на фазовое звено первого порядка [2]

$$z^{-1} \Rightarrow A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha \cdot z^{-1}} \quad |\alpha| < 1, \quad (2)$$

которое имеет нелинейную фазовую характеристику, зависящую от параметра α .

$$\varphi(\omega) = -\omega + 2 \cdot \arctg \left(\frac{\alpha \cdot \sin(\omega)}{\alpha \cdot \cos(\omega) - 1} \right). \quad (3)$$

На рисунке 2 приведена структура неравнополосного КМБФ (анализ и синтез).

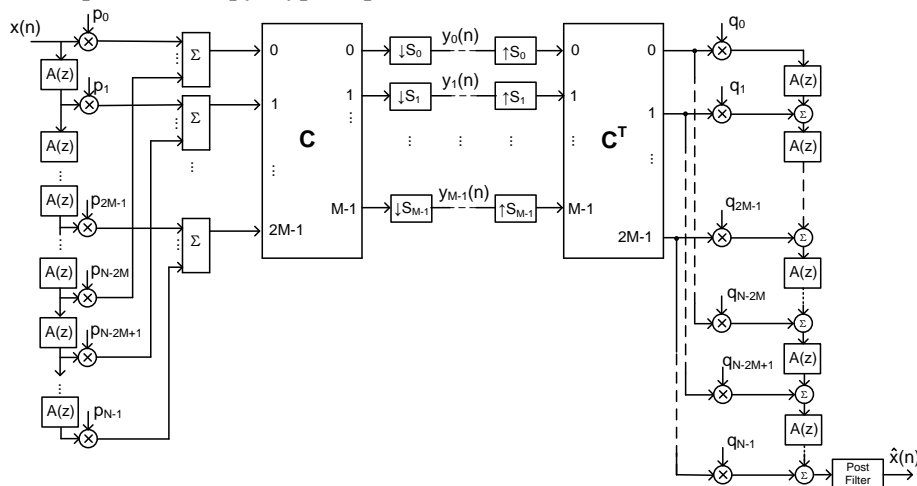


Рисунок 2 – Структура неравнополосного КМБФ с фазовыми звеньями

Под C на рисунке 2 понимается блок косинусной модуляции [1], который описывается уравнением

$$C_{k,l} = 2 \cdot \cos \left((2k+1) \frac{\pi}{2M} \left(l - \frac{N-1}{2} \right) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right), \quad 0 \leq k \leq M-1, \quad 0 \leq l \leq 2M-1. \quad (4)$$

3. Проектирование фильтра-прототипа

Длина фильтра-прототипа $N=2mM$, где M – это число каналов, а m – произвольное положительное целое число. Пусть $P(e^{j\omega})$ Фурье-образ фильтра-прототипа с линейной фазочастотной характеристикой, тогда приближенная реконструкция сигнала КМБФ может быть сформулирована в элементах $P(e^{j\omega})$ следующим образом [3]:

$$|P(e^{j\omega})| \approx 0, \quad |\omega| > \frac{\pi}{M}, \quad (5)$$

$$T(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{2M-1} |P(e^{j(\omega-k\pi/M)})|^2 \approx 1. \quad (6)$$

Проектирование фильтра-прототипа, как правило, приводит к сложным задачам оптимизации с нелинейными условиями. Импульсная характеристика фильтра-прототипа, получаемая методом оконного взвешивания, определяется в виде следующего выражения

$$p(n) = h(n) \cdot w(n), \quad (7)$$

где

$$h(n) = \frac{\sin(\omega_c(n-0.5N))}{\pi(n-0.5N)} \quad (8)$$

импульсная характеристика идеального ФНЧ с частотой среза ω_c , а $w(n)$ – оконная функция. Требуется найти фильтр-прототип $G(e^{j\omega})$, заданный как $G(e^{j\omega}) = |P(e^{j\omega})|^2$, тогда на основании условия (6) $G(e^{j\omega})$ аппроксимирует фильтр Найквиста ($2M$). Следовательно, выполняется аппроксимация $g(2Mn) \approx \delta(n) \cdot \frac{1}{2M}$, где $\delta(n)$ - дельта-функция. Это позволит выбрать простую целевую функцию [3]

$$\phi = \max_{n, n \neq 0} |g(2Mn)|. \quad (9)$$

Таким образом, регулируя параметр ω_c , находится оптимальный фильтр-прототип $p(n)$, при котором ϕ наименьшая. Эксперименты показали, что ϕ есть выпуклая функция ω_c . На рисунке 1 приведена импульсная характеристика и АЧХ фильтра-прототипа, полученного на основании данной оптимизации ($M=6$, в качестве весовой функции использовалось окно Хемминга).

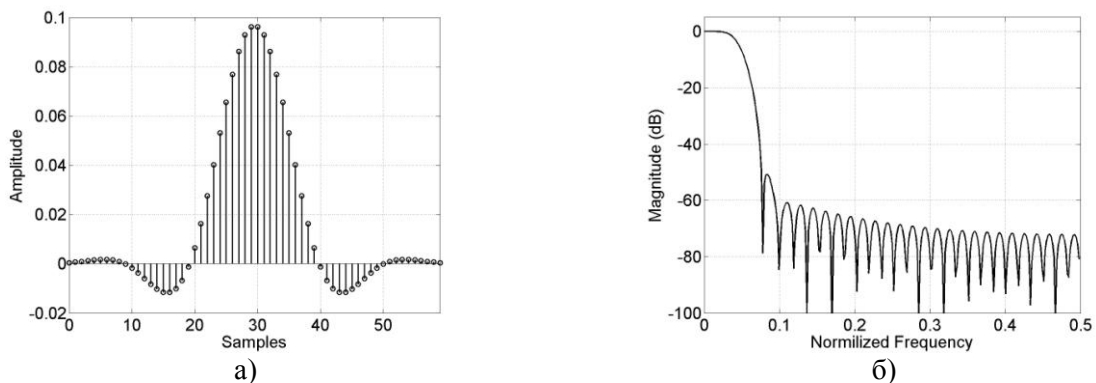


Рисунок 1 – а) Импульсная характеристика фильтра прототипа ($N=60$), б) АЧХ фильтра
Для банка анализа и синтеза могут использовать различные фильтры прототипы, однако как было показано в [1] для того, чтобы передаточная функция БФ имела линейную фазовую характеристику необходимо выполнение условия

$$q(n) = p(N-1-n), \quad n = 0..N-1. \quad (10)$$

где $p(n)$ и $q(n)$ – это коэффициенты фильтра прототипа для банка анализа и синтеза соответственно.

На рисунке 3 приведены АЧХ неравнополосного КМБФ с фазовыми звеньями (задача анализа) и АЧХ амплитудных искажений $T(e^{j\omega})$ КМБФ: $M=6, N=60, \alpha=0.3$.

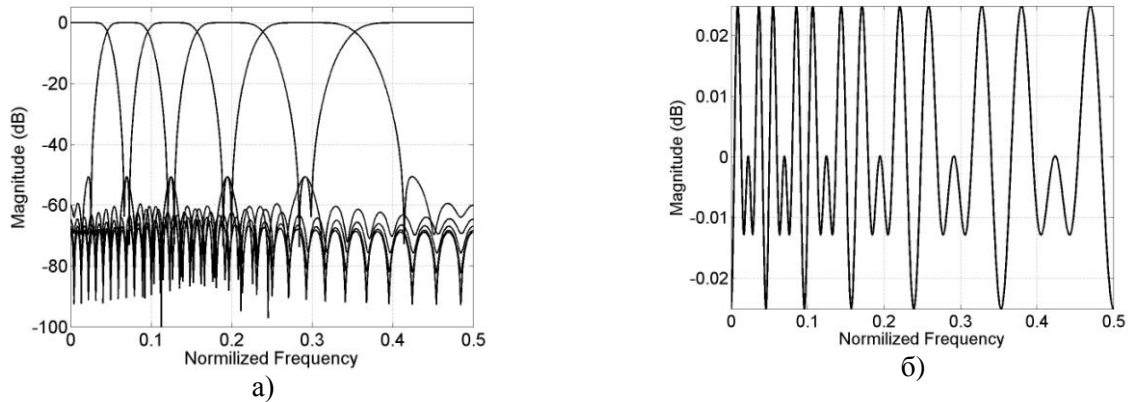


Рисунок 3 – а) АЧХ неравнополосного КМБФ, б) АЧХ амплитудных искажений $T(e^{j\omega})$

4. Фильтр компенсации фазовых искажений

Амплитудные искажения в неравнополосном КМБФ можно снизить за счет правильного проектирования фильтра-прототипа, но при этом не решаются проблемы нелинейности фазовой характеристики, которая появляется в результате прохождения сигнала через цепь фазовых звеньев. Один из подходов решения этой проблемы - пост-фильтрация сигнала БФ синтеза с использованием КИХ-фильтра со следующей передаточной функцией [4]:

$$F(z) = -\alpha \cdot z^{-d} + (1-\alpha^2) \cdot z^{-(d-1)} + \alpha \cdot (1-\alpha^2) \cdot z^{-(d-2)} + \dots + \alpha^{d-2} \cdot (1-\alpha^2) \cdot z^{-1} + \alpha^{d-1}, \quad (11)$$

который может компенсировать фазовые искажения звеньев 1-го порядка

$$F(z) \cdot A(z) = z^{-d} - \alpha^d, \quad d - \text{порядок КИХ-фильтра, } |\alpha| < 1. \quad (12)$$

На рисунке 4 приведена ФЧХ банка фильтров без применения пост-фильтра и ФЧХ КМБФ с пост-фильтром 10-го порядка ($d=10$).

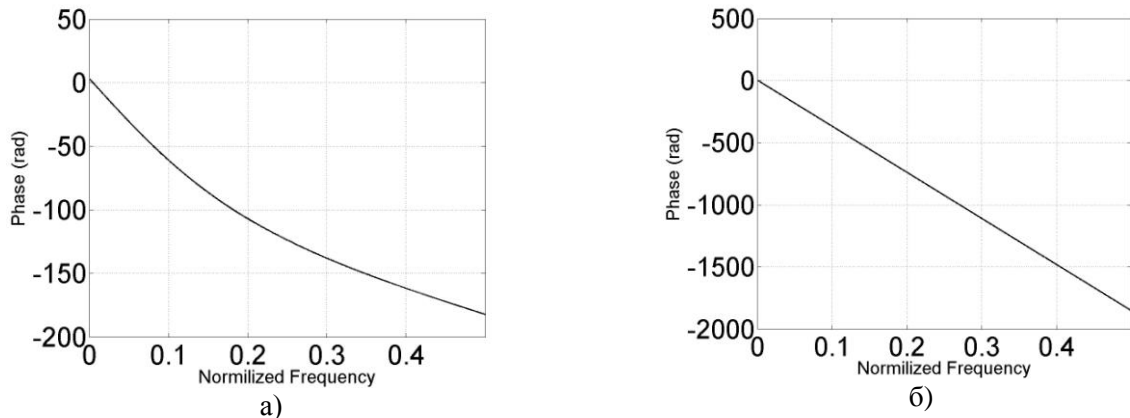


Рисунок 4 – а) ФЧХ БФ, б) ФЧХ БФ с пост-фильтром

Из (12) видно, что чем больше порядок d , тем меньше уровень фазовых искажений. Недостаток этого подхода заключается в увеличении времени групповой задержки, а также возрастании вычислительной сложности.

5. Выбор коэффициентов децимации

Ширина частотной полосы k -го канала КМБФ определяется как $B_k = f_{Uk} - f_{Lk}$, где f_{Uk} и f_{Lk} – соответственно максимальная и минимальная частоты данной полосы. Правильный подбор коэффициентов децимации позволит существенно сократить частоту дискретизации полосных сигналов. Как показано в [5], это можно сделать исходя из следующих условий:

$$\left\lfloor \frac{m_k}{2 \cdot f_{Uk}} f_s \right\rfloor \geq S_k \geq \left\lceil \frac{m_k - 1}{2 \cdot f_{Lk}} f_s \right\rceil, \quad 1 \leq m_k \leq \left\lfloor \frac{f_{Uk}}{B_k} \right\rfloor, \quad f_s - \text{частота дискретизации.} \quad (13)$$

6. MATLAB-реализация

В качестве практической реализации была разработана MATLAB программа, позволяющая проводить исследование, моделирование и синтез неравнополосных КМБФ с фазовыми звеньями. Программа имеет графический интерфейс, представленный на рисунке 5.

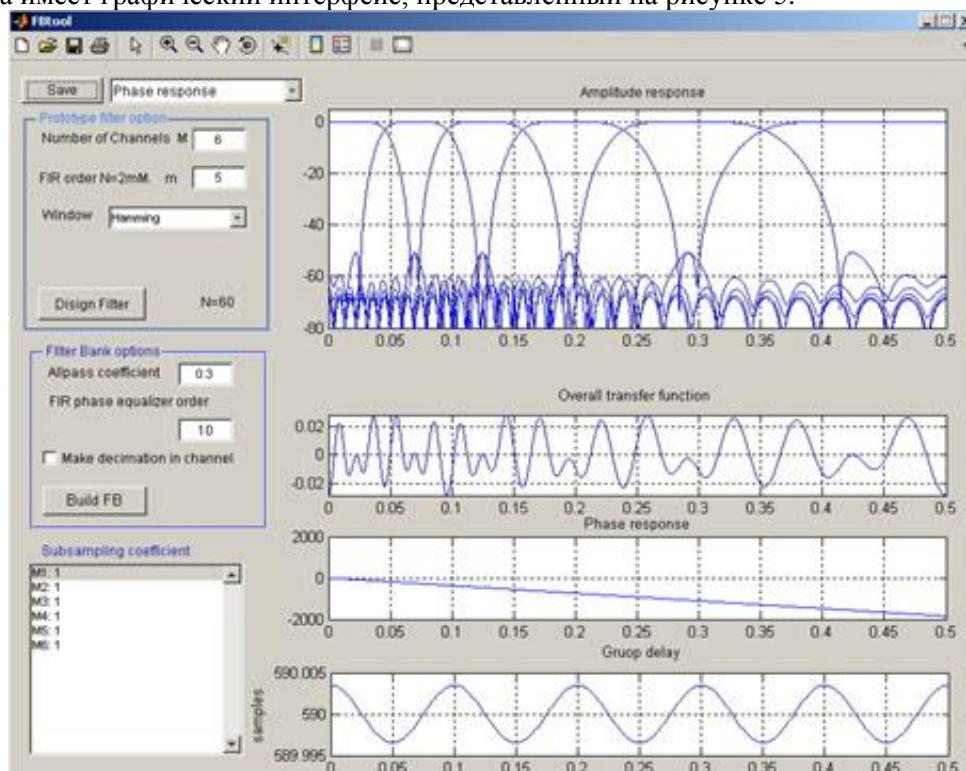


Рисунок 5 – MATLAB реализация: графический интерфейс

Расчет фильтра- прототипа по описанному методу на ПК с процессором AMD Sempron занимает несколько секунд. В качестве взвешивающих функций, для проектирования фильтра прототипа могут использоваться окна Хемминга, Ханна, Кайзера, Блэкмана-Хэрриса и Чебышева. Ширина полос банка фильтров регулируется при помощи параметра α .

Кроме того, существует возможность расчета и добавления фильтра фазовой коррекции для получения линейной ФЧХ. Предусмотрена возможность выбора оптимальных коэффициентов децимации в каждом канале БФ для достижения минимальных амплитудных искажений и вычислительной сложности при обработке сигналов в соответствующих субполосах.

Литература

- 1 D. Koilpillai, P.P. Vaidynathan, "Cosine-Modulated FIR Filter Banks Satisfying Perfect Reconstruction", IEEE Trans. on signal processing, vol. 40 ,No 4, pp 770-783.
- 2 М. Parfieniuk, A.A. Petrovsky, "Tunable Non-Uniform Filter Bank Mixing-Cosine Modulation with Perceptual Frequency Warping by Allpass Transformation", Автоматика и вычислительная техника, №4, с.44-52, 2004.
- 3 Yuan-Pei Lin, P.P. Vaidynathan, "A Kaiser Window Approach for the Design of prototype Filters of Cosine Modulated Filterbanks", IEEE signal processing letters, vol. 5, No 6, pp 132-134, 1998.
- 4 М. Parfieniuk, A.A. Petrovsky "Reduced Complexity Synthesis Part of Non-Uniform Near-Perfect-Reconstruction DFT Filter Bank Based on All-Pass Transformation", Proc. of the European conf. on Circuit theory and Design (ECCTD'03), vol. III, Cracow, Poland, 2003, pp.5-8.
- 5 М. Parfieniuk, A.A. Petrovsky, "Simple Rule of Selection of Subsampling Ratios for Warped Filter Banks", Известия Белорусской Инженерной Академии, №1, 2003, с. 130-134.

PRACTICAL ASPECTS OF COMPUTING NON-UNIFORM COSINE-MODULATED FILTER BANK: MATLAB IMPLEMENTATION

Abstract. This paper is dedicated to practical aspects of computing non-uniform cosine-modulated filter bank. Design of a prototype filter, phase distortion compensation and a subsampling are considered. As a practical result, the MATLAB Toolbox was implemented.