

## НЕРАВНОПОЛОСНЫЙ КОСИНУСНО-МОДУЛИРОВАННЫЙ БАНК ФИЛЬТРОВ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ШКАЛЫ БАРКОВ

М.И. ВАШКЕВИЧ, А.А. ПЕТРОВСКИЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П.Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 27.02.2009*

В статье рассматриваются практические аспекты использования неравнополосных косинусно-модулированных банков фильтров (НКМБФ) для аппроксимации шкалы барков. Особое внимание уделяется минимизации ошибки аппроксимации шкалы барков за счет точного определения коэффициента фазового преобразования.

*Ключевые слова:* неравнополосный банк фильтров, психоакустика, шкала барков.

### Введение

В настоящее время при построении систем обработки речевых сигналов и звука широко применяются методы, основанные на принципах психоакустики [1–5]. В частности, используется такой результат исследований в области психоакустики как критические частотные полосы [2]. Критической частотной полосой называется диапазон частот, внутри которого маскирующее отношение сигнал/шум остается постоянным. Использование критических частотных полос позволяет проектировать системы обработки речи, согласованные со слуховой системой человека. Как правило, в таких системах анализ и обработка спектра сигнала проводится в частотной шкале барков [1]. Эта шкала определена так, что критические частотные полосы слуховой системы человека имеют ширину в один барк. В работе [6] было показано, что НКМБФ позволяет с большой точностью аппроксимировать психоакустические шкалы. В данной статье рассматриваются вопросы, связанные с применением НКМБФ для аппроксимации шкалы барков. Кроме того в работе производится минимизация ошибки аппроксимации шкалы барков с использованием различных критериев оптимизации.

### Косинусно-модулированный банк фильтров

Общая структура банка фильтра приведена на рисунке 1,а. Через  $H_0(z), H_1(z) \dots H_{M-1}(z)$  обозначен банк фильтров анализа, а через  $F_0(z), F_1(z) \dots F_{M-1}(z)$  банк фильтров синтеза. В данной статье рассматривается банк фильтров, получаемый путем косинусной модуляции импульсной характеристики фильтра-прототипа  $h(n)$ . Фильтр прототип является фильтром с конечной импульсной характеристикой (КИХ) и линейной фазово-частотной характеристикой (ФЧХ) – в этом случае система анализ/синтез так же обладает линейной ФЧХ.

Как было показано в [7] в случае  $M$ -канального косинусно-модулированного банка фильтров (КМБФ) импульсные характеристики банков анализа и синтеза записываются следующим образом ( $k=0 \dots M-1$ ):

$$h_k(n) = 2h(n) \cdot \cos \left( (2k+1) \frac{\pi}{2M} \left( n - \frac{N-1}{2} \right) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right), \quad (1)$$

$$f_k(n) = 2h(n) \cdot \cos \left( (2k+1) \frac{\pi}{2M} \left( n - \frac{N-1}{2} \right) - (-1)^k \frac{\pi}{4} \right), \quad (2)$$

где  $N$  – порядок фильтра прототипа. Так же на порядок фильтра прототипа накладывается ограничение  $N=2mM$ , где  $m$  – это произвольное положительное целое число, а  $M$  – это число каналов в банке фильтров.

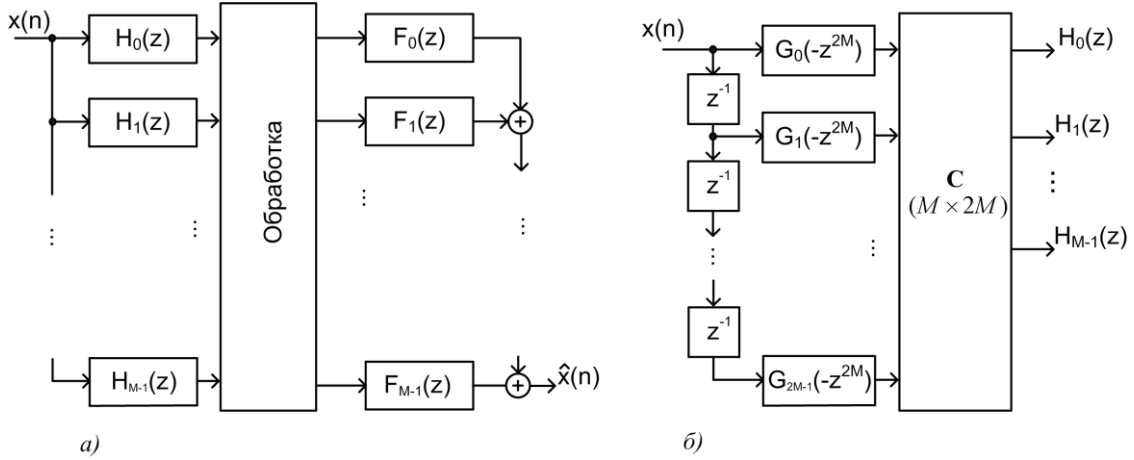


Рис.1 а) Общая структура банка фильтров; б) Эффективная реализация КМБФ

В работе [7] рассматривается эффективная реализация КМБФ, в основе которой лежит полифазное представление фильтра прототипа:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cdot z^{-n} = \sum_{q=0}^{2M-1} \sum_{p=0}^{m-1} h(q+2pM) z^{-(q+2pM)} = \sum_{q=0}^{2M-1} z^{-q} G(z^{2M}). \quad (3)$$

Введем следующее обозначение:

$$c_{k,l} = 2 \cos \left( (2k+1) \frac{\pi}{2M} \left( l - \frac{N-1}{2} \right) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right). \quad (4)$$

Далее, используя периодичность функции косинус, получаем следующее тождество

$$c_{k,(l+2pM)} = (-1)^p c_{k,l}. \quad (5)$$

Выражение для эффективной реализации косинусно-модулированного банка фильтра получается путем подстановки выражения (1) в (3):

$$H_k(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h_k(n) \cdot z^{-n} = \sum_{q=0}^{2mM-1} h(q) c_{k,n} \cdot z^{-n} = \sum_{q=0}^{2M-1} \sum_{p=0}^{m-1} h(q+2pM) c_{k,(q+2pM)} z^{-(q+2pM)}. \quad (6)$$

После чего, применяя упрощение (5) к (6), получаем:

$$H_k(z) = \sum_{q=0}^{2M-1} z^{-q} c_{k,q} \sum_{p=0}^{m-1} (-1)^p h(q+2pM) z^{-2pM} = \sum_{q=0}^{2M-1} c_{k,q} z^{-q} G_q(-z^{2M}). \quad (7)$$

Формула (7) лежит в основе эффективной реализации КМБФ, изображенной на рисунке 1,б. Через  $\mathbf{C}=[c_{kl}]$  здесь обозначен блок косинусной модуляции (4).

### Неравнополосный косинусно-модулированный банк фильтров

В основе неравнополосных банков фильтров лежит идея фазового преобразования (all-pass transform) [8], которое используется для получения неравномерного частотного разрешения дискретных сигналов. Неравнополосный банк фильтров, получаемый путем простой замены элементов задержки в полифазных компонентах на фазовые фильтры, был предложен в работе [9].

Рассмотрим передаточную функцию  $A(z)$  стабильного каузального фазового звена:

$$A(z) = \frac{z^{-1} - a}{1 - az^{-1}}, \quad |a| < 1. \quad (8)$$

Ограничимся рассмотрением случаев, когда параметр  $a$  принимает действительные значения. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фазового звена равна

$$A(e^{j\omega}) = e^{j\varphi_p(\omega)}, \quad (9)$$

где

$$\varphi_p(\omega) = -\omega + 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{a \sin \omega}{a \cos \omega - 1} \right). \quad (10)$$

Таким образом, замена элемента  $z^{-1}$  на фазовое звено приводит к отображению частотной оси  $\omega \rightarrow \varphi_p(\omega)$ . Производя замену  $z^{-1} \rightarrow A(z)$  в выражении (7) получаем передаточную функцию неравнополосного косинусно-модулированного фильтров (НКМБФ):

$$H_k^n(z) = \sum_{q=0}^{2M-1} c_{k,q} A(z)^q \cdot G_q(-A(z)^{-2M}), \quad (11)$$

Подставляя выражение (9) в (7) получаем АЧХ НКМБФ:

$$H_k^n(e^{j\omega}) = \sum_{q=0}^{2M-1} c_{k,q} e^{-jq\varphi_p(\omega)} G_q(-e^{j2M\varphi_p(\omega)}), \quad (12)$$

Суть фазового преобразования в получении НКМБФ поясняется на рисунке 2,а.

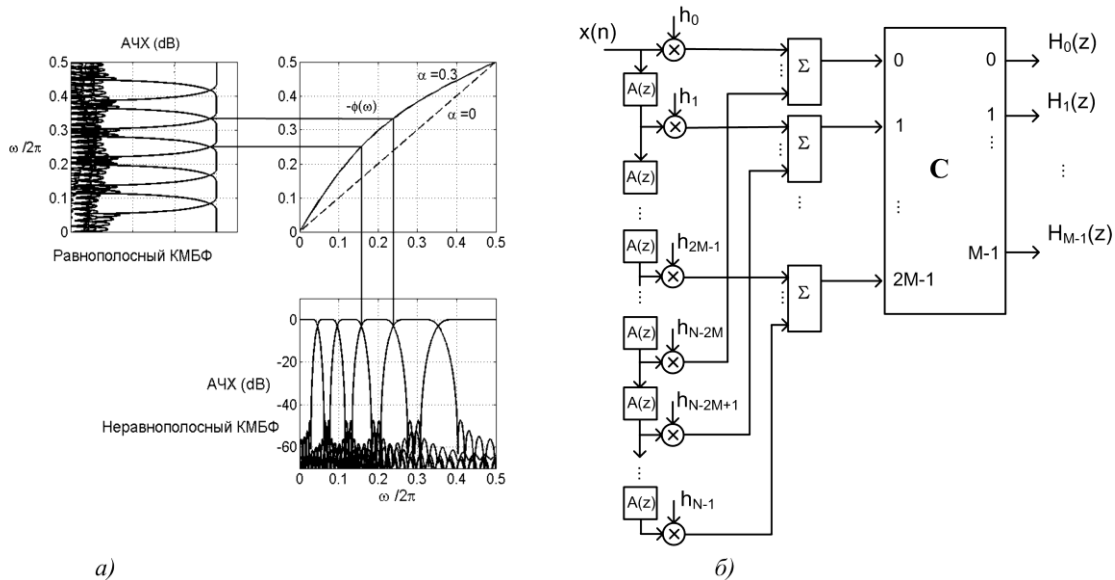


Рис. 2 а) суть фазового преобразования, б) структура НКМБФ анализа

На основании выражения (11) структура неравнополосного косинусно-модулированного банка фильтров анализа выглядит следующим образом (рисунок 2,б).

Впервые неравнополосный вариант косинусно-модулированного банка фильтров был предложен в [6] для того, чтобы избежать комплексных канальных сигналов, которые получаются при использовании неравнополосных ДПФ-модулированных банков фильтров [10].

### Использование НКМБФ для аппроксимации шкалы барков

В таблице приведено соответствие шкалы барков и частотных полос в герцах.

Шкала барков отражает тот факт, что частотная избирательность слуховой системы человека намного лучше в области низких частот и ухудшается с увеличением частоты. Как упоминалось ранее, в настоящее время принципы психоакустики находят большое применение в обработке речевых сигналов и звука. Поэтому важной задачей является построение систем, позволяющих производить декомпозицию входного сигнала в соответствии со шкалой барков. Одним из возможных вариантов решения этой задачи является использование НКМБФ.

В работе [11] была исследована возможность отображения шкалы герц в шкалу барков при помощи фазового преобразования. При этом есть всего лишь один параметр, который дает возможность управлять данным отображением — это коэффициент  $a$  в выражении (8). Для того, чтобы получить отображение в шкалу барков необходимо правильно выбрать параметр  $a$ . В

[11] предлагается следующая формула для вычисления параметра  $a$  в зависимости от частоты дискретизации сигнала  $f_s$ :

$$a_{Bark}(f_s) = 0,1957 - 1,048 \left[ \frac{2}{\pi} \arctg\left(0,07212 \frac{f_s}{1000}\right) \right]^{1/2}. \quad (13)$$

Шкала барков

Номер барков	Частотный диапазон, Гц	Номер барка	Частотный диапазон, Гц
1	0-100	13	1720-2000
2	100-200	14	2000-2320
3	200-300	15	2320-2700
4	300-400	16	2700-3150
5	400-510	17	3150-3700
6	510-630	18	3700-4400
7	630-770	19	4400-5300
8	770-920	20	5300-6400
9	920-1080	21	6400-7700
10	1080-1270	22	7700-9500
11	1270-1480	23	9500-12000
12	1480-1720	24	12000-15500

Как известно, в современных сетях телекоммуникаций при передаче речевых сигналов используется частота дискретизации  $f_s=8$  кГц. Такая частота дискретизации соответствует ширине полосы 0 – 4000 Гц, в которую укладывается 18 критических полос (таблица), поэтому рассмотрим вопрос построения 18-канального банка фильтров. Подставляя значение  $f_s=8$  кГц в (13), получаем значение  $a_{Bark}=0,4092$ .

Введем следующее выражение для вычисления ошибки аппроксимации  $k$ -ой критической частотной полосы:

$$E(k) = \frac{|b_{k-1} - c_{k-1}| + |b_k - c_k|}{|b_k - b_{k-1}|}, \quad k=1,2...18, \quad (14)$$

где  $b_{k-1}$  и  $b_k$  – это границы  $k$ -ой критической частотной полосы (в герцах) и  $c_{k-1}$  и  $c_k$  – это значения границ полос банка фильтров, получаемого при заданном значении параметра  $a_{Bark}$ . Выражение (14) позволяет оценить относительную погрешность аппроксимации  $k$ -ой критической частотной полосы. В (14)  $|b_{k-1} - c_{k-1}|$  – это ошибка аппроксимации нижней границы  $k$ -ой полосы, а  $|b_k - c_k|$  – погрешность аппроксимации верхней границы  $k$ -ой полосы барков. Эти ошибки суммируются, и берется их отношение к ширине  $k$ -ой полосы. Для случая  $a_{Bark}=0,4092$  график ошибки приведен на рисунке 3,а.

Критерий минимизации ошибки аппроксимации шкалы барков в чебышевском смысле представляется как

$$\phi_C = \max_{a_{Bark}} E(k), \quad (15)$$

а в среднеквадратичном смысле

$$\phi_S = \left( \frac{1}{18} \sum_{k=1}^{18} (E(k) - \bar{E})^2 \right)^{1/2}, \quad \bar{E} = \left( \frac{1}{18} \sum_{k=1}^{18} E(k) \right). \quad (16)$$

Единственный параметр, который может изменяться это коэффициент  $a_{Bark}$ . Для нахождения оптимального значения коэффициента  $a_{Bark} \in [0;1]$  может быть использован любой метод одномерного поиска (метод чисел Фибоначчи, метод золотого сечения и др.). Минимальное значение функции  $\phi_C$  соответствует значению параметра  $a_{Bark}=0,3659$ ; график ошибки, который получается в этом случае, приведен на рисунке 3,б. Минимальное значение функции  $\phi_S$  соответствует значению параметра  $a_{Bark}=0,3751$  (рисунок 3, в).

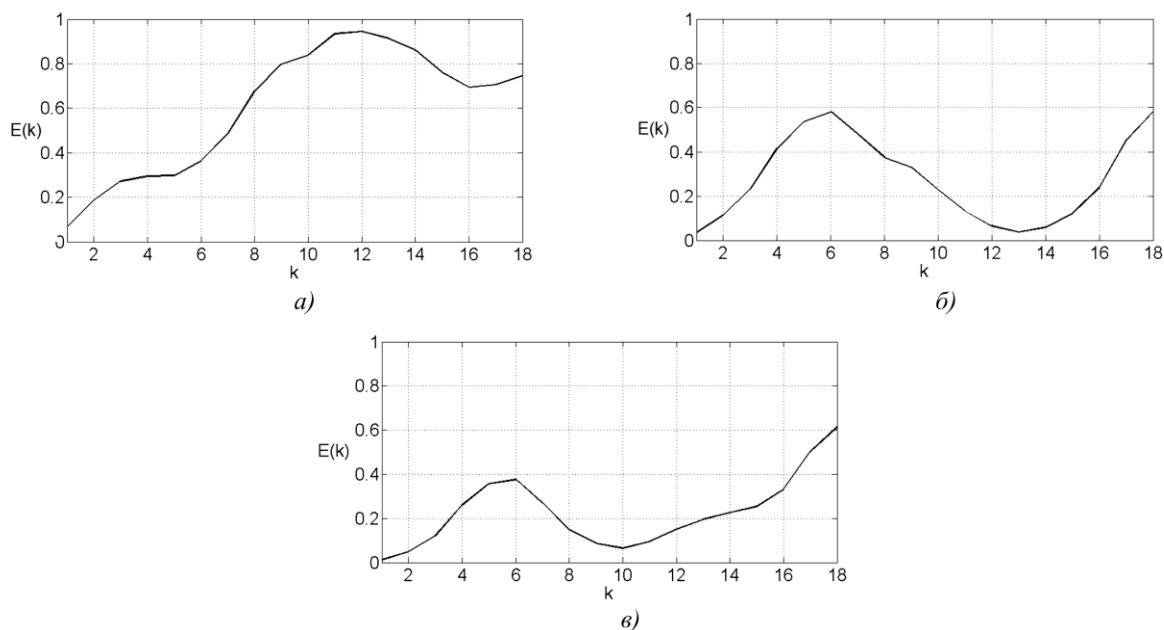


Рис. 3 График ошибки аппроксимации шкалы барков: а)  $a_{Bark}=0,4092$ ;  
 б)  $a_{Bark}=0,3659$ ; в)  $a_{Bark}=0,3751$

На рисунке 4 показан график АЧХ 18-канального НКМБФ ( $a_{Bark}=0,3659$ ). Данный банк фильтров пригоден для использования в различных мультимедиа приложениях, таких как кодирование и распознавание речи, эхо- и шумоподавление и т.д.

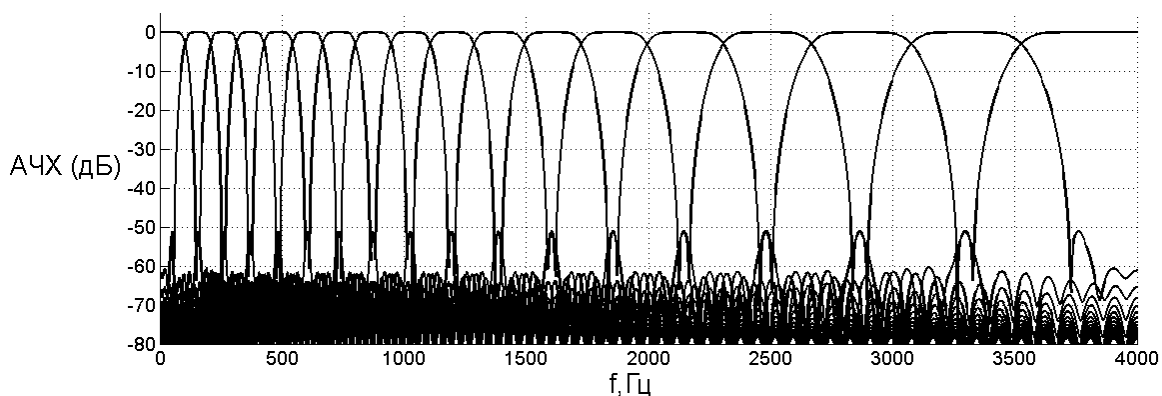


Рис. 4 АЧХ НКБФ анализа, аппроксимирующего шкалу барков

Приведенный метод минимизации ошибки аппроксимации шкалы барков может быть применен для произвольной частоты дискретизации входного сигнала ( $f_s$ ). Оптимальное значение коэффициента фазового преобразования  $a_{Bark}$  в чебышевском или среднеквадратичном смысле находится путем минимизации выражений (15) и (16) соответственно.

### Заключение

В статье даются сведения из теории проектирования неравнополосных банков фильтров, и рассматривается способ аппроксимации шкалы барков при помощи неравнополосного косинусно-модулированного банка фильтров. Приводится метод минимизации ошибки аппроксимации критических частотных полос в чебышевском и среднеквадратичном смысле за счет точного выбора коэффициента  $a_{Bark}$  фазового преобразования. Показан пример расчета 18-канального НКМБФ, для частоты дискретизации  $f_s=8$  кГц.

# NONUNIFORM COSINE-MODULATED FILTER BANK FOR BARK SCALE APPROXIMATION

M.I. VASHKEVICH, A.A. PETROVSKY

## Abstract

Practical aspects of using nonuniform cosine-modulated filter banks (NCMFB) for bark scale approximation are considered. Particular attention to minimization error of bark scale approximation by careful evaluation coefficient of allpass transform is given.

## Литература

1. *Zwicker E., Fastl H.* Psychoacoustics: Facts and Models. New York: Springer, 1990.
2. *Johnston J.D.* // IEEE J. Selected Area in Comm. 1988, vol.6. P.314-323.
3. *M. Parfieniuk, A. Petrovsky* // Proc. ICASSP, vol.4, May 2004, Montreal, Canada, P. 185-188.
4. *Лившиц М.З., Парфенюк М., Петровский А.А.* // VII Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение», труды РНТОРЭС им. А.С.Попова, Москва, 2005, С.187-191.
5. *Лихачёв, Д.С.* // Известия Белорусской инженерной акад. 2005. № 1(19)/2. – С. 177–180.
6. *Parfieniuk M., Petrovsky A.*,// Automatic Control and Computer Sciences., 2004., vol. 38, No. 4, P. 44-52.
7. *Koipillai, D. Vaidyanathan P.P.*,//IEEE Trans. On Signal Processing. 1992. vol. 40, no. 40, P. 770-783.
8. *Oppenheim, A., Johnson D., Streiglitz K.* // Proceeding of IEEE. 1971. vol. 59, no 2. P. 299-301.
9. *Vary, P.*// Proc. European Signal Processing Conf. 1980. P.41-42.
10. *Galijasevic, E., Kliewer J.* // The Proc. of IEEE Digital Signal Processing Workshop'2000, Hunt, TX, USA, 2000 – P. 1-6.
11. *Smith III, Abel J.S.* // IEEE Trans. On Speech and Audio Processing. 1999. vol. 7, no. 40, P. 697-708.